PHILOSOPHISCHE ABHANDLUNGEN

HERAUSGEGEBEN VON DINA EMUNDTS,
TOBIAS ROSEFELDT UND HOLMER STEINFATH

BAND 121

VITTORIO KLOSTERMANN · FRANKFURT AM MAIN

MICHAEL WOLFF

Abhandlung über die Prinzipien der Logik

Eine Verteidigung des logischen Monismus

VITTORIO KLOSTERMANN · FRANKFURT AM MAIN

3., überarbeitete Auflage 2023

Bibliographische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der
Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische Daten sind
im Internet über *http://dnb.dnb.de* abrufbar.

Gedruckt auf alterungsbeständigem Papier. ISO 9706
Druck und Bindung: Hubert & Co., Göttingen
Printed in Germany
ISSN 0175-6508
ISBN 978-3-465-04615-8

Gertrude gewidmet

INHALT

Vorwort
zur dritten Auflage

Die in diesem Buch verteidigte Ansicht lässt sich in der Hauptsache so zusammenfassen: Es gibt streng allgemeingültige logische Prinzipien, die in den verschiedenen modernen Systemen der ‘klassischen’ und ‘nicht-klassischen’ deduktiven Logik vorausgesetzt werden und deren Allgemeingültigkeit sich allein aus der Bedeutung ergibt, die dem logischen Vokabular, das in den Formeln dieser Prinzipien gebraucht wird, zukommt und die durch analytisch aufzufindende Definitionen der logischen Konstanten, die zu diesem Vokabular gehören, festgelegt werden kann.

Ich nenne diese Ansicht logischen Monismus. Denn nach ihr ist anzunehmen, dass es genau ein System der deduktiven Logik gibt, welches die logischen Prinzipien explizit machen kann, die die übrigen Systeme (wenn auch auf unterschiedliche Weise) als gültig voraussetzen. Der logische Monismus ist dem entgegengesetzt, was man heute ‘logischen Pluralismus’ nennt, da nach dieser Ansicht die unterschiedlichen Systeme der deduktiven Logik gleichen Anspruch auf Gültigkeit haben, so dass es eine Frage der bloßen Wahl ist, welches System vor anderen vorzuziehen ist. Im Folgenden wird die Kritik am logischen Pluralismus aber nicht mein explizites Thema sein.[1] Vielmehr ist es hier mein Ziel, ausführlich zu zeigen, dass und warum der logische Monismus haltbar ist. Einige vorläufige Hinweise mögen genügen, um mein Vorhaben noch etwas genauer zu erläutern.

Die Idee des logischen Monismus, wie ich sie verstehe, geht auf Kant zurück. Denn er verstand unter Logik die „Wissenschaft der Regeln des Verstandes überhaupt“ und nahm an, sie sei entweder eine „Logik des allgemeinen“ oder „des besonderen Verstandesgebrauchs“, weshalb er sie einteilte in eine *allgemeine* Logik und in (unbestimmt viele) *besondere* Logiken; dabei nannte er diejenige Logik allgemein, welche „die schlechthin notwendigen Regeln des Denkens“ enthalte, „ohne welche gar kein Gebrauch des Verstandes stattfindet“, und sie diesen Gebrauch betreffe „un-

[1] Sie ist das Thema in meinem Aufsatz ‘Viele Logiken – Eine Vernunft. Warum der Logische Pluralismus ein Irrtum ist’, in: *Methodus* 7 (2013) S. 79–134.

angesehen der Verschiedenheit der Gegenstände, auf welche er gerichtet sein mag".[2] Dem entsprechend nahm Kant an, dass die besonderen Logiken die Regeln der allgemeinen Logik als gültig voraussetzen.

Nun waren Kant die *modernen* logischen Systeme noch unbekannt, und mit *allgemeiner* Logik konnte er nur die ihm allein bekannte traditionelle, auf Aristoteles zurückgehende Syllogistik meinen. Darum muss man fragen, ob es berechtigt ist, Kants Logik-Einteilung auf die heute bekannten Systeme zu beziehen, zu denen er direkt nicht Stellung nehmen und über deren Beziehung zur Syllogistik er nichts wissen konnte.

Was zunächst seine Einschätzung der Syllogistik als *allgemeiner* Logik betrifft, sah er deren „Vorteil" in ihrer „Eingeschränktheit", „eine Wissenschaft" zu sein, „die nichts als die formalen Regeln alles Denkens [...] ausführlich darlegt und strenge beweist" (B VIII f.). Wegen dieser Eingeschränktheit sei die allgemeine Logik „berechtigt, ja verbunden [...], von allen Objekten der Erkenntnis und ihrem Unterschiede zu abstrahieren". In ihr habe „der Verstand mit nichts weiter als sich selbst und seiner Form zu tun" (B IX). Diesem Vorteil verdanke sie ihren Erfolg (B IX) und den „sicheren Gang einer Wissenschaft", den sie „schon von den ältesten Zeiten her" eingeschlagen habe (B VII). „Als allgemeine Logik abstrahiert sie von allem Inhalt der Verstandeserkenntnis und der Verschiedenheit ihrer Gegenstände, und hat mit nichts als der bloßen Form des Denkens zu tun"; als „reine Logik hat sie keine empirischen Prinzipien", weshalb sie „nichts aus der Psychologie" schöpft, sondern „eine demonstrierte Doktrin" ist, in der „alles völlig *a priori* gewiß sein" muss (B 78).[3] Als „von allem Inhalt der Erkenntnis (ob sie rein oder empirisch ist)" abstrahierende Logik ist sie „formale Logik" (B 170; vgl. 77) und als solche kein „Organon" (kein Instrument) zur Hervorbringung von Erkenntnissen, sondern nur ein „Kanon" (eine Norm) „des Verstandes und der Vernunft" (B 77).[4] Denn bloße „Übereinstimmung mit den allgemeinen und formalen Regeln" der allgemeinen Logik garantiert niemals schon Wahrheit, sondern betrifft „nur die Form der Wahrheit" und ist keine hinreichende, sondern nur eine

[2] Vgl. zum Folgenden Kants *Kritik der reinen Vernunft* (1787), B VII–IX, 76–78 und 82–86; vgl. auch dessen *Grundlegung zur Metaphysik der Sitten, Akademie-Ausgabe* Bd. 4, 387 f.

[3] Die *Cambridge Edition of the Works of Immanuel Kant* übersetzt hier Kants Worte "völlig *a priori* gewiß" unvollständig mit „completely *a priori*". Damit eliminiert sie die Idee, daß *a priori*, also unabhängig von aller Erfahrung, die universale Gültigkeit der allgemeinen Logik *Ungewißheit* und *Schwanken* hinsichtlich ihrer Prinzipien ausschließen muß.

[4] 'Organon' war die traditionelle Bezeichnung für die logischen Schriften des Aristoteles, 'Kanon' geht zurück auf den Titel von Epikurs logischer Abhandlung.

„negative Bedingung" („die *conditio sine qua non*") „aller Wahrheit" (B 84 f. und B 824).

Was die *besonderen* Logiken betrifft, erwartete Kant von ihnen, dass sie ein „Organon dieser oder jener Wissenschaft" sind und „die Regeln" enthalten, „über eine gewisse Art von Gegenständen richtig zu denken"; um Regeln „angeben" zu können, nach denen „sich eine Wissenschaft von ihnen zustande bringen lasse", müsse man diese Gegenstände „schon in ziemlich hohem Grade" kennen (B 76). Aus diesem Grund hielt Kant besondere Logiken für „das Späteste", wozu „die menschliche Vernunft allererst gelangt, wenn die Wissenschaft schon lange fertig ist und nur die letzte Hand zu ihrer Berichtigung und Vollkommenheit bedarf" (B 76). Für ihn sind besondere Logiken Zukunfts-, bestenfalls im Entstehen befindliche Projekte.

Als Beispiel einer Wissenschaft, die einer besonderen Logik bedarf, konnte Kant die Mathematik vor Augen haben. So skizziert er in seiner *Transzendentalen Methodenlehre* das algebraische Verfahren, von n auf $n + 1$ zu schließen, als eine Methode mathematischer 'Demonstration'. Sie trägt heute den Namen „mathematische Induktion"; Kant nennt sie „symbolische Konstruktion" (B 762).[5] Seit dem 17. Jh. war es ein ungelöstes Problem, wie diese für die Arithmetik natürlicher Zahlen grundlegende Methode zu rechtfertigen ist. Erst Frege lieferte in seiner *Begriffsschrift* von 1879 (in der er das erste und heute als 'klassisch' geltende moderne Logiksystem aufstellte) den Schlüssel zur Lösung, indem er aus den Axiomen seines Systems das Prinzip der mathematischen Induktion ableitete.[6]

Offensichtlich ist das durch Frege begründete System weder als 'allgemeine' noch als 'formale' Logik im Sinne Kants anzusehen.[7] Denn es beruht auf Axiomen, die aus (logisch) wahren Urteilen bestehen, die nach Art algebraischer Formeln in einer symbolischen Sprache formuliert sind. Frege lässt seine Axiome (ebenso wie die aus ihnen abgeleiteten Theoreme) beginnen mit dem Zeichen $\vdash$, das so viel bedeutet wie: „Es ist eine Tatsache, dass …".[8] Auf dieses Zeichen folgt in den Formeln jedes Axioms oder Theorems die Formel einer Wahrheitsfunktion, deren Argumente „beurteilbare Inhal-

[5] Näheres hierzu in meinem Buch *Die Vollständigkeit der kantischen Urteilstafel*, S. 211–219.

[6] *Begriffsschrift,* Teil III, §§ 23–27.

[7] Die Gleichsetzung von 'formaler' und 'symbolischer' Logik gehört nicht zu Freges Terminologie; Russell führte sie ein. Siehe Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics*, London 1903, S. 10.

[8] *Begriffsschrift* Teil I, § 2, S. 2 und Teil II, §§ 13–22. Zum Folgenden vgl. *Begriffsschrift,* Teile I und II (§§ 1–22).

te“ sind (§ 2, S. 2 und § 5, S. 5) und die (für beliebige Interpretationen ihrer deskriptiven Zeichen) den Wert *Wahr* hat. Dieser Funktionswert ist mit Wahrheitstafeln berechenbar. Die Gültigkeit der Regeln zur Ableitung von Theoremen aus Axiomen beruht gleichfalls auf der berechenbaren Wahrheit von Wahrheitsfunktionen (§ 6, S. 8–10 und § 11, S. 21 f.). Diese bilden zusammen mit den Axiomen den „Kern“ einer „unübersehbaren Menge“ der daraus ableitbaren „Gesetze“, in dem „der Inhalt aller [dieser Gesetze], obschon unentwickelt, eingeschlossen ist“ (§ 13, S. 25).[9] Freges Logik ist daher ein System von Gesetzen, die ebenso wie algebraische Gleichungen wahre Urteile über Tatsachen des ‘reinen’ (d. h. nicht-empirischen) Denkens enthalten. Da Wahrheit immer schon den „Inhalt“ von „Erkenntnis“ „angeht“,[10] ist diese Logik weder allgemein noch formal im Sinne Kants. Denn sie kann von der Wahrheit des Inhalts ihrer Axiome oder Theoreme nicht abstrahieren. Sie kann auch nicht abstrahieren von aller Verschiedenheit der Gegenstände. Denn auch Funktionen der Form Φ (v), wie sie auf ähnliche Weise in der Mathematik vorkommen und mit denen irgendwelchen Gegenständen eine „Eigenschaft“ oder eine „Beziehung“ zu anderen Gegenständen zugeschrieben wird, sind beurteilbare Inhalte, auf die in Wahrheitsfunktionen Bezug genommen wird (§ 10, S. 18).

Freges Gebrauch von Funktionsausdrücken verschiedener Art war möglich geworden durch einen Forschungsstand der reinen Mathematik, der es erlaubte, einfachste algebraische Wahrheiten wie $x + x = 2x$ als Funktionen zu behandeln, deren Argumente für alles Zählbare (also für beliebige gegebene Gegenstände) stehen können und deren Wert immer ein Wahrheitswert ist. Man darf daher Freges Axiomen-System und die aus ihm hervorgegangene ‘klassische Logik’ als Organon im Sinne Kants bezeichnen, d. h. als ein Erkenntniswerkzeug, das der reinen Mathematik dient, ihrem Anspruch gerecht zu werden, eine *a priori* beweisende, exakte Wissenschaft zu sein. In diesem Sinne ist Freges System eine *besondere,* mathematische Logik: ein Organon der Arithmetik, das wie ein Kalkül gebraucht werden kann.

Allgemeine Logik, die Kant als ‘Kanon’ vor Augen hatte, unterscheidet sich von einem solchen System eben dadurch, dass sie keine Wahrheiten, sondern nur Regeln für den „logischen Verstandesgebrauch *überhaupt*“ enthält; dieser besteht darin, in Urteilen und Schlüssen Begriffe wider-

[9] Ebd. § 13, S. 25.

[10] *Kritik der reinen Vernunft,* B 83. Nach Frege macht der Wahrheitswert eines Urteils dessen *extensionalen Inhalt* (dessen ‘Bedeutung’) aus, der Gedanke, den es enthält, dessen *intensionalen Inhalt* (dessen ‘Sinn’).

spruchsfrei zu subordinieren und zu koordinieren.[11] Er besteht also aus Handlungen, mit denen man denkbare Begriffe wie in einer Begriffspyramide ordnet (siehe unten §§ 1, 4 und 6).[12] Wenn in einer solchen Pyramide Buchstaben die Termini vertreten, so entsprechen die Beziehungen zwischen ihnen den Formen der kantischen Urteilstafel und syllogistischen Schlussformen (siehe unten Teil I, Abschnitt 1). Mit diesen Formen lassen sich keine Wahrheiten wiedergeben, auch dann nicht, wenn man gültige Schlussformen in Urteilsformen transformiert (wenn man also z. B. die Form eines Syllogismus nach *Modus Barbara* in die korrekte Form eines wahren hypothetischen Urteils bringt: 'Wenn jedes α ein β ist, dann ist, wenn jedes β ein γ ist, jedes α ein γ'). Urteilsformen wie diese sind zwar Formen wahrer Urteile, drücken aber keine Wahrheit, sondern (mit Kant zu reden) nur eine 'Form der Wahrheit' (B 84) aus.[13] Als Formen enthalten sie nur 'formale Gesetze'[14] oder *Formen* logischer Wahrheit. Übereinstimmung mit ihnen ist keine hinreichende, sondern nur eine allgemeine und notwendige Bedingung für Wahrheit.

Die allgemeine Gültigkeit von Regeln der Syllogistik hat nichts mit Funktionen zu tun. Sie beruht lediglich auf der Bedeutung des logischen Vokabulars, wie es z. B. in kategorischen oder hypothetischen Syllogismen auftritt. So zeigt die hypothetische Verknüpfung 'wenn *p*, so *q*' lediglich an, dass *q* aus *p folgt*,[15] und bedeutet, dass '*p*' und 'nicht *q*' inkompatible Sätze vertreten. Von dieser Bedeutung allein hängt es ab, dass z. B. ein Schluss nach *Modus ponendo ponens* gültig ist, so dass unter der Voraussetzung, dass 'wenn *p*, so *q*' einen wahren Satz vertritt, *q* aus *p logisch* folgt. Diese Folge

[11] Ebd. B 92–94; cf. Kants *Dissertation* von 1770, Sectio II, § 5. *Akademie-Ausgabe* Bd. 2, 393-294.

[12] Was Kant den 'logischen Verstandesgebrauch überhaupt' (*usus intellectus logicus*) nennt, bezieht sich auf genau dieselben Handlungen, die Platon in seinem Dialog *Sophistes* als 'Dihairesis' und 'Synagogē' von Begriffen beschrieben hat. Diese Beschreibung hat „zweifellos Aristoteles in seiner Erfindung des Syllogismus beeinflusst" (W. Kneale & M. Kneale, *The Development of Logic*, Oxford University Press, 1975, S. 10, cf. S. 44 und 67).

[13] Um dies mit einem Beispiel Kants zu illustrieren (vgl. 'Die falsche Spitzfindigkeit der vier syllogistischen Figuren' (1762), *Akademie-Ausgabe* Bd. 2, 48): Nach *Modus Barbara* folgt aus den Prämissen (1) 'Alles Vernünftige ist ein Geist' und (2) 'Jede menschliche Seele ist vernünftig' die Konklusion (3) 'Jede menschliche Seele ist ein Geist'. Vorausgesetzt, es gibt keine Geister, so ist der kontrafaktische Satz nicht falsch: 'Wenn (1) zuträfe, dann wäre, wenn auch (2) zuträfe, so träfe (3) zu'. Aber über Objekte und über das, was auf sie *zutrifft*, sagt dieser Satz nichts Hinreichendes aus. Ob es überhaupt Gegenstände (z. B. einen Geist) gibt, ist mit Hilfe von allgemeiner Logik allein (wie Kant sie versteht) nicht zu beurteilen.

[14] *Kritik der reinen Vernunft*, B 84.

[15] Ebd. B 98 f.

von q aus p ist keine Funktion der Wahrheitswerte beurteilbarer Inhalte von p und q.

Auch die syllogistische Verneinung von p ('nicht p') ist keine Funktion der Wahrheitswerte beurteilbarer Inhalte von p. Sie dient vielmehr dazu, „wenigstens einen Irrtum abzuhalten".[16] Das heißt, 'nicht p' bedeutet, dass 'p' ein falsches Urteil vertritt, ist aber keineswegs mit 'nicht nicht p' unverträglich. Zum Beispiel hat die Negation eines universell bejahenden Urteils die Form 'nicht ist jedes α ein β'. Wahr ist ein negatives Urteil dieser Form (nach den Regeln des logischen Quadrats), wenn α ein leerer Begriff ist oder wenn es auf irgendein α nicht zutrifft, ein β zu sein. Demnach gilt ein partikulär verneinendes Urteil der Form 'irgendein α ist nicht ein β', ohne dass es voraussetzt, es existiere ein α. Nun ist diese negative Urteilsform kompatibel sowohl mit ihrem subkonträren affirmativen Gegenteil ('irgendein α ist ein β') als auch mit dessen doppelter Verneinung ('irgendein α ist nicht nicht ein β'). Darum ist diese Urteilsform ein Beispiel für den Fall, dass 'nicht p' mit 'nicht nicht p' verträglich ist (und dann auch der Ausdruck 'weder p noch nicht p' keinen Widerspruch enthält).

Die semantische Analyse des logischen Vokabulars der Syllogistik ('nicht', 'wenn-so' etc.) gehört zur Aufgabe von Teil I dieses Buches. Mit ihr wird gezeigt, dass nicht nur Freges Versuch fehlgeschlagen ist, durch Ableitung aus Axiomen wahre Urteile „an die Stelle von Aristotelischen Schlussarten" treten zu lassen,[17] sondern auch der von Hilbert und Ackermann unternommene Versuch einer „Systematischen Ableitung der traditionellen Aristotelischen Schlüsse"[18] aus Prinzipien des Klassenkalküls. Das genaue Gegenteil zu diesen Versuchen erweist sich als richtig: Die Sprache der Syllogistik ist tauglich, das logische Vokabular der modernen 'klassischen' Logik zu ersetzen, und zwar dann, wenn man in syllogistischer Sprache die Gültigkeit bestimmter Regeln postuliert, die in dieser Sprache nicht allgemeingültig und daher innerhalb der Syllogistik ungültig sind. Aufgrund dieser Postulate lassen sich die Prinzipien der modernen 'klassischen' Logik aus syllogistischen Prinzipien ableiten. Man kann außerdem die syllogistische Sprache erweitern, indem man Funktionsausdrücke der Form $\Phi(v)$ (für Eigenschaften von oder Relationen zwischen Gegenständen) in Ausdrücke für inhaltlich spezifizierte Begriffe oder Aussagen umformt. Zu zeigen, wie das geschehen kann, ist gleichfalls Aufgabe von Teil I.

[16] Ebd. B 737 und 97.

[17] *Begriffsschrift,* Part I, § 6, S. 10.

[18] Hilbert & Ackermann, *Grundzüge der theoretischen Logik,* S. 57–63.

In Teil II soll zunächst gezeigt werden, dass es möglich ist, auf der Grundlage analytisch gewonnener Definitionen für das syllogistische Vokabular gültige Grund- und Deduktionsregeln aufzustellen und auf dieser Basis alle Regeln der assertorischen und modalen Syllogistik abzuleiten, für die Aristoteles in seinen *Analytica priora* Gültigkeitsbeweise gegeben oder skizziert hat. Außerdem soll dieser Teil beweisen, dass die Gültigkeit syllogistischer Regeln in der modernen 'klassischen' Logik *implizit vorausgesetzt* wird. Dies geschieht durch den Nachweis, dass deren Axiome und Grundregeln aus syllogistischen Prinzipien ableitbar sind, und zwar dann, wenn man die Gültigkeit von vier Regeln (siehe § 72) postuliert, die sich in syllogistischer Sprache ausdrücken lassen, ohne innerhalb der Syllogistik gültig zu sein. Auf diese Weise bestätigt Teil II Kants Annahme, dass die Aristotelische Logik eine *allgemeine* Logik ist, insofern ihre Regeln der modernen 'klassischen' Logik zugrunde liegen.

Allerdings enthält die von Frege begründete 'klassische' Logik – auch in der modifizierten Version der *Principia Mathematica* von Russell und Whitehead – keine Modallogik, sondern vermeidet den Gebrauch modaler Ausdrücke wie 'notwendig', 'möglich', 'verträglich' etc. Diese sind unverzichtbar für gewöhnliches logisches Denken und kommen in der Syllogistik schon darum vor, weil von ihrem Gebrauch die Bedeutung des assertorisch logischen Vokabulars abhängt.[19] Deshalb muss man die 'klassische' Logik aus zwei Gründen als eine *besondere* Logik betrachten: *erstens*, weil sie keine Modallogik enthält, und *zweitens*, weil man ihre Prinzipien aus syllogistischen Prinzipien ableiten kann, wenn man vier pseudo-syllogistische Regeln als gültig postuliert.

In ähnlicher Weise muss man die sogenannten 'nicht-klassischen' Logiken als besondere Logiken betrachten. Ich zähle zu diesen die Systeme der intuitionistischen Logik, der (parakonsistenten) Relevanzlogik, der 'freien'[20] Logik und der axiomatischen Modallogik.[21] Sie sind (ebenso wie die Syste-

[19] Schon zur Erklärung der Bedeutung des logischen Vokabulars der assertorischen Syllogistik werden modale Ausdrücke benötigt. Man beachte beispielsweise Aristoteles' semantische Erläuterung von '… wird von jedem … ausgesagt' und '… wird von keinem … ausgesagt', dem logischen Vokabular in allgemein bejahenden oder verneinenden kategorischen Urteilen (siehe *Analytica priora* I, 1, 24 b 28–30).

[20] 'Frei' ist hier die üblich gewordene Abkürzung für 'frei von Existenzvoraussetzungen in Bezug auf Begriffsausdrücke'.

[21] Mehrwertige Logiken rechne ich nicht zu den 'nicht-klassischen' Systemen im engeren Sinne. Man kann sie als (hybride) Varianten zur 'klassischen' Logik ansehen, insofern sie sich von ihr nur dadurch unterscheiden, dass sie außer den Wahrheitswerten des Wahren und Falschen Zwischenwerte für 'weder wahr noch falsch' zulassen, aus denen sich mit 'Wahrheitstafeln' Funktionswerte berechnen lassen. Vorausgesetzt wird dabei die Ungültig-

me, die sich aus ihrer Kombination miteinander ergeben) besondere Logiken, und zwar in demselben Sinn, wie es die ‘klassische’ Logik ist. Aufgabe der Anhänge am Schluss dieses Buches ist es, diese These zu begründen. Hier sei sie nur kurz erläutert.

Erstens baut jedes der vier ‘nicht-klassischen’ Systeme auf nur einem der syllogistischen Teilsysteme auf. Die intuitionistische Logik und die Relevanzlogik sind nämlich lediglich Alternativen zur ‘klassischen’ *Aussagenlogik*, sowie die ‘freie’ Logik nur eine Alternative zur ‘klassischen’ *Prädikatenlogik* ist; die axiomatischen Modallogiken sind lediglich modale *Ergänzungen* entweder zur ‘klassischen’ Aussagenlogik oder zu ihren beiden Alternativen.[22] *Zweitens* haben die ‘nicht-klassischen’ Systeme miteinander gemeinsam, dass sie (sofern sie nicht wie Lewis‘ Systeme der axiomatischen Modallogik die ‘klassische’ Aussagenlogik voraussetzen und bloß um eine modale Aussagenlogik ergänzen) nicht jedes der vier pseudo-syllogistischen Postulate aus § 72 als gültig voraussetzen. Stattdessen sind in die moderne Modallogik auch solche Axiome eingeführt worden, mit denen (analog zu den Postulaten aus § 72) Regeln vorausgesetzt werden, deren Gültigkeit man gleichfalls nur postulieren kann, weil sie zwar in modalsyllogistischer Sprache ausdrückbar, aber nicht in der Modalsyllogistik gültig sind. Auf diese Weise zeigt sich, dass das logische Vokabular, das in den Systemen der ‘nicht-klassischen’ deduktiven Logik gebraucht wird, ebenso wie das der ‘klassischen’ Logik in die Sprache der Syllogistik übersetzt werden kann. Insofern ist diese Sprache eine Universalsprache der deduktiven Logik.

Die Systeme der ‘nicht-klassischen’ Logik lassen sich ebenso wie das der ‘klassischen’ Logik als Axiomen-Systeme aufbauen. Aber die Gültigkeit ihrer Axiome und Ableitungsregeln lässt sich nicht so wie in der ‘klassischen’ Logik durch Wahrheitstafeln berechnen. Die Bedeutung des logischen Vokabulars in den verschiedenen Systemen der ‘nicht-klassischen’ Logik weicht daher ab von der, die es in der ‘klassischen’ Logik hat. In der ‘nicht-klassischen’ Logik wird dieses Vokabular nämlich nicht wahrheitsfunktional gebraucht, sondern empfängt seine Bedeutung durch das jeweilige System von Axiomen und Ableitungsregeln. Von dessen Inhalt hängt es jeweils ab, was es heißt, logisch wahr oder ableitbar zu sein.

keit des Bivalenz-Prinzips und damit eine Änderung der Bedeutungen von ‘wahr’, ‘falsch’ und ‘Wahrheitswert’. Siehe *Anhang* 8. Jedoch entspricht der Funktionswert einer mehrwertigen Wahrheitsfunktion in allen Fällen, in denen keins ihrer Argumente ein Zwischenwert ist, dem Wert in der zweiwertigen ‘klassischen’ Logik.

[22] Zum umstrittenen Sinn einer axiomatischen quantifizierten Modallogik siehe *Anhang* 7.

Die Beziehungen zwischen den verschiedenen Systemen der modernen deduktiven Logik (auch soweit sie mit den axiomatischen Systemen der Mathematik, die sich seit Peano entwickelt haben, in Verbindung gebracht werden können) sind im 20. Jh. Gegenstand mathematischer Logik geworden. Diese hat daher – wie von Gödel beschrieben)[23] – „zwei ganz verschiedene Aspekte" bekommen: *Einerseits* ist sie zu einer „Sektion der Mathematik" geworden, „die von Klassen, Relationen, Kombinationen von Symbolen usw. statt von Zahlen, Funktionen, geometrischen Figuren usw. handelt"; *andererseits* ist sie zu einer allen anderen Wissenschaften „vorausgehenden Wissenschaft" geworden, „welche die Prinzipien enthält", die „sämtlichen Wissenschaften zugrunde liegen"; in diesem zweiten Sinne entspricht sie der „Idee eines logischen Kalküls, der für die in den exakten Wissenschaften vorkommende Art des Schließens wirklich hinreicht".

Ob und inwiefern sich dieser sehr weite Begriff von mathematischer Logik mit Kants Annahme berührt, die Logik des besonderen Verstandesgebrauchs sei ein Organon dieser oder jener Wissenschaft, ist eine Frage, die ich in diesem Buch nicht behandle. Klar ist aber, dass auch nach diesem Begriff mathematische Logik nicht identifiziert werden kann mit allgemeiner Logik im kantischen Sinn, d. h. im Sinn des logischen Monismus.[24]

* * *

Ich danke Vittorio Klostermann, daß er dieses Buch in dritter, gründlich durchgesehener und verbesserter Auflage erscheinen läßt. Alle Änderungen, die es gegenüber den früheren Auflagen enthält, stimmen mit dem Text der englischen Ausgabe dieses Buchs überein.

Bielefeld, im Oktober 2022 M. W.

[23] Kurt Gödel, 'Russell's Mathematical Logic', in: P. A. Schilpp (ed.), *The Philosophy of Bertrand Russell,* Northwestern University Press, 1944, S. 125.

[24] Bis hierhin stimmt mein Vorwort mit dem zur englischen Ausgabe dieses Buchs überein. Sie erscheint unter dem Titel 'Essay on the Principles of Logic. A Defense of Logical Monism', übersetzt von William Clark Wolf, im Verlag Walter de Gruyter.

Auch wenn man nicht bereit ist, Sprachanalyse für die einzige oder wichtigste Methode der Philosophie zu halten, wird man doch einer Ansicht zustimmen können, die Gottlob Frege, einer der Gründungsväter der sprachanalytischen Philosophie, in der folgenden Weise ausgesprochen hat: Es sei, sagt er,

> eine Aufgabe der Philosophie […], die Herrschaft des Wortes über den Geist zu brechen, indem sie die Täuschungen aufdeckt, die durch den Sprachgebrauch über die Beziehungen der Begriffe oft fast unvermeidlich entstehen, indem sie den Gedanken von demjenigen befreit, womit ihn allein die Beschaffenheit des sprachlichen Ausdrucksmittels behaftet […].[25]

Frege meinte hier mit „Sprachgebrauch" den Gebrauch der *natürlichen* Sprache.

Aber man kann, oder sollte vielmehr, die Aufgabe der Philosophie auch auf den Gebrauch von *nicht-natürlichen* Sprachen beziehen, insbesondere auf den Gebrauch formaler Sprachen, die in der Logik zur Anwendung kommen, um Schlußregeln darzustellen und das wiederzugeben, was Frege in dem soeben zitierten Satz „Beziehungen der Begriffe" nennt. Schon aus seiner Sicht hatte sich die Logik „bisher immer noch zu eng an Sprache und Grammatik angeschlossen."[26] Er sah daher den Gebrauch logischer Formelsprachen teilweise der gleichen Kritik ausgesetzt wie den Gebrauch natürlicher Sprachen; ihre Kritikwürdigkeit war es, was ihm die Rechtfertigung für die Einführung einer neuartigen logischen Formelsprache – der Begriffsschrift – lieferte.

Allerdings, obwohl sich in Freges Schriften zahlreiche kritische Bemerkungen über die auf Aristoteles zurückgehende Sprache der Syllogistik und „die boolesche Formelsprache" finden lassen, fehlt in ihnen doch so etwas wie eine systematische Analyse dieser Sprachen. Ein systematischer Vergleich der Leistungsfähigkeit dieser Sprachen mit der Leistungsfähigkeit der Begriffsschrift – oder mit der Leistungsfähigkeit von Sprachen, die innerhalb der modernen deduktiven Logik an Stelle der Begriffsschrift im Gebrauch sind, – ist (soviel ich weiß) bisher nicht oder jedenfalls nicht mit der nötigen Ausführlichkeit durchgeführt worden.

Ich möchte im ersten Teil (I) dieser Abhandlung, d. h. in den §§ 1 – 40, *formale* Sprachen der deduktiven Logik einer systematischen Analyse und

[25] Gottlob Frege, *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens.* Halle, 1879, S. VI-VII.

[26] Ebenda, S. VII.

einem systematischen Leistungsvergleich unterziehen. Dieser Vergleich wird sich insbesondere auf die Fähigkeit dieser Sprachen beziehen, *Begriffsbeziehungen* darzustellen (von denen das soeben wiedergegebene Frege-Zitat handelt).

Der zweite, aus den §§ 41–84 bestehende Teil (II) setzt die Analysen des Ersten Teils dieser Abhandlung voraus. In diesen Paragraphen soll eine übersichtliche und präzise Darstellung vom systematischen Aufbau der deduktiven Logik gegeben werden, und zwar in einer Sprache, die imstande ist, logische Beziehungen zwischen *beliebigen* Begriffen wiederzugeben. In dieser Sprache können alle Regeln und Gesetze der deduktiven Logik dargestellt werden. Es wird sich herausstellen, daß syllogistische Regeln dadurch ausgezeichnet sind, daß ihre Gültigkeit allein auf der Bedeutung des logischen Vokabulars dieser Sprache beruht.

Fragen, die sich auf das *historische* Verhältnis zwischen Syllogistik und moderner, mathematischer Logik beziehen, möchte ich nicht ins Zentrum der folgenden Untersuchungen stellen. (Auf sie werde ich nur beiläufig und am Ende von Teil II, in § 84, eingehen.) Ich möchte mich vielmehr von der systematischen Frage leiten lassen, ob die Sprache der Syllogistik auf eine elementarere, nicht-syllogistische Sprache zurückgeführt werden kann. Um diese Frage beantworten zu können – ich werde sie (um meine Antwort vorwegzunehmen) verneinen –, wird es nötig sein, zunächst das logische Vokabular genau zu beschreiben, mit dem die Sprache der Syllogistik Begriffsbeziehungen wiedergibt.

– Die Frage, *was* eigentlich Begriffe *sind*, werde ich in diesem Buch nicht systematisch behandeln. Frege war der Ansicht, daß eine ‘eigentliche Definition’ nicht gegeben werden könne, um ‘das Wesen der Begriffe’ zu bestimmen. Aber er verwies darauf, daß der grammatischen Unterscheidung zwischen Eigennamen (*nomina propria*) und Substantiven (*nomina appellativa*) der Unterschied zwischen Gegenstandsbezeichnungen und Begriffswörtern irgendwie entspreche. Begriffswörter seien dementsprechend Ausdrücke, die „mit dem unbestimmten Artikel, mit Wörtern wie ›alle‹, ›einige‹, ›viele‹ usw.“ stehen. So entspreche der Ausdruck ›Quadratwurzel aus Vier‹ in dem Satz ›Es gibt mindestens eine Quadratwurzel aus Vier‹ „dem Begriffe Quadratwurzel aus 4“ (Brief an H. Liebmann vom 25. 8. 1900).[27] An späterer Stelle (in den §§ 33 – 35) werde ich genötigt sein, ausführlicher auf die Ansichten einzugehen, die Frege über Eigennamen und Begriffsausdrücke entwickelt hat. Vorerst mag es genügen, darauf hinzuweisen, daß ich das Wort ›Begriff‹ in diesem Buch so verwende, daß es

[27] G. Frege, *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Hamburg: Meiner, 1976, S. 150.

genau das bezeichnet, wofür ein Begriffswort oder ein Begriffsausdruck gebraucht wird. Dabei sind unter Begriffswörtern und Begriffsausdrücken solche Ausdrücke zu verstehen, vor denen der bestimmte oder unbestimmte Artikel oder ein Wort wie ›alle‹, ›einige‹, ›viele‹ usw. stehen kann. Diese Verwendung entspricht einem Gebrauch des Wortes ›Begriff‹, der nicht nur bei Frege anzutreffen ist, sondern auch in der traditionellen Syllogistik allgemein üblich war. –

Meine Anwendung der Methode der logisch-semantischen Sprachanalyse auf Sprachen der Logik wird zeigen, daß die von Frege, Hilbert und anderen vertretene Ansicht, logisches Vokabular der Syllogistik sei ohne Bedeutungsänderung ersetzbar durch wahrheitsfunktionale und quantorenlogische Ausdrücke beziehungsweise durch Ausdrücke des Klassenkalküls, unhaltbar ist, da wahrheitsfunktionale Ausdrücke mit *komplexen*, klassen- und quantorenlogische Ausdrücke mit *nicht-formalen* syllogistischen Ausdrücken gleichbedeutend sind. Das logische Vokabular der Syllogistik genügt, wie sich nachweisen läßt, zur Wiedergabe aller gültigen Regeln und Gesetze der deduktiven Logik einschließlich der Modallogik. Dagegen erweisen sich die in der Sprache eines modernen Systems des Funktions- oder Klassenkalküls (zu dem die "klassische" Prädikatenlogik gehört) formulierten Regeln und Gesetze als nicht allgemeingültig, da ihre Gültigkeit nicht ausschließlich von der Bedeutung des verwendeten logischen Vokabulars abhängt. Diese Systeme setzen die Gültigkeit der Syllogistik implizit voraus und sind aus ihr ableitbar, wenn außer den *allgemeingültigen* syllogistischen Regeln (und außer den nötigen Transformationsregeln, nach denen komplexe und nicht-formale syllogistische Ausdrücke in andere logische Sprachen übersetzbar sind,) bestimmte *nicht*-allgemeingültige Regeln (auf denen die Divergenz divergierender Logiksysteme letztendlich beruht) in syllogistischer Sprache formuliert und als gültig angenommen werden. Wie diese Ableitung exakt und lückenlos zu bewerkstelligen ist, wird in Teil II dieses Buches ausführlich gezeigt. Sie folgt einer schon in der Schule des Aristoteles entwickelten Methode.

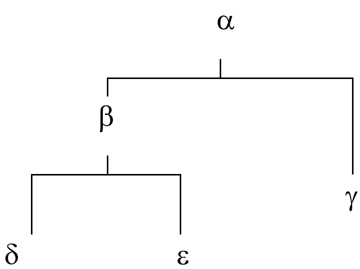
I. Analytischer Teil
Analyse logischer Sprachen

Erster Abschnitt
Die Sprache der Syllogistik

1. Die Sprache der assertorischen Syllogistik

§ 1. *Syllogistische Satzschemata*

Unter einem *syllogistischen Satzschema* verstehe ich einen Ausdruck, der geeignet ist, Beziehungen zwischen Begriffen darzustellen, wie sie innerhalb einer Begriffspyramide vorkommen. Es seien α, β, γ, usw. Begriffe unterschiedlicher Allgemeinheit, und es bestehe eine solche Ordnung zwischen ihnen, daß β und γ den Begriff α einteilen, dadurch daß sie ihm subordiniert und zugleich miteinander koordiniert sind. In derselben Weise seien δ und ε dem Begriff β subordiniert und miteinander koordiniert. Dann beruht die beschriebene Ordnung darauf, daß α, als Oberbegriff von β und γ, der allgemeinste Begriff ist, während δ und ε, als Unterbegriffe von β, weniger allgemein sind als α und β.[28] Die Hierarchie dieser fünf Begriffe läßt sich in einem Diagramm darstellen, das dem Fragment einer Pyramide ähnelt:



Figur 1

Wenn man die Begriffsbeziehungen, die dieses Diagramm darstellt, sinngemäß durch Ausdrücke wiedergibt, die sich von Sätzen nur dadurch unterscheiden, daß in ihnen alle Begriffsausdrücke ersetzt sind durch ›α‹, ›β‹, ›γ‹, ›δ‹ und ›ε‹, d. h. durch Begriffsvariablen, so ergeben sich Ausdrü-

[28] Beispiele für Begriffshierarchien findet man bereits in Platons Dialogen. Für die Entstehung der Syllogistik waren besonders die in Platons *Sophistes*, 218e–221c, durchgeführten Untersuchungen von Begriffshierarchien wichtig. Vergleiche William Kneale & Martha Kneale, *The Development of Logic*, Oxford: Clarendon, 1975, S. 9–10, 44 und 67.

cke, die ich als syllogistische Satzschemata bezeichnen möchte. Es handelt sich, wie man sich leicht klarmachen kann anhand der Beziehungen, die in *Figur 1* veranschaulicht werden, um Ausdrücke wie:

(1) ›jedes β ist ein α,‹
(2) ›jedes γ ist nicht ein β,‹
(3) ›irgendein α ist ein γ,‹
(4) ›irgendein α ist nicht ein δ,‹
(5) ›wenn irgendein α ein ε ist, so ist das in Rede stehende α ein β,‹
(6) ›wenn irgendein α ein β ist, so ist das in Rede stehende α nicht ein γ,‹
(7) ›entweder ist irgendein α ein β, oder das in Rede stehende α ist ein γ,‹
(8) ›wenn irgendein α ein β ist, so ist entweder das in Rede stehende α ein δ, oder das in Rede stehende α ist ein ε.‹

›*Syllogistisch*‹ können diese Satzschemata geeigneterweise insofern heißen, als sie Urteilsformen wiedergeben, die für die syllogistische Theorie des deduktiven Schließens von grundlegendem Interesse sind.[29]

Das besondere Interesse, das die Syllogistik an solchen Urteilsformen von jeher gehabt hat, beruht darauf, daß es deduktive Schlüsse gibt, deren Gültigkeit darauf beruht, daß sie in einer bestimmten Anordnung Sätze enthalten, die an diesen Formen teilhaben. Seit Aristoteles werden Schlüsse dieser Art *Syllogismen* genannt. Ein Syllogismus liegt zum Beispiel dann vor, wenn aus zwei Prämissen der Form ›jedes δ ist ein β‹ und ›jedes β ist ein α‹ auf ›jedes δ ist ein α‹ geschlossen wird. Ebenso liegt ein Syllogismus vor, wenn aus zwei Prämissen der Form ›wenn irgendein α ein ε ist, so ist das in Rede stehende α ein β‹ und ›irgendein α ist ein ε‹ auf ›das in Rede stehende α ist ein β‹ geschlossen wird. Die Gültigkeit der Syllogismen ist unabhängig vom begrifflichen Inhalt der Sätze, aus denen sie bestehen. Das heißt, welche Nomina oder Nominalphrasen es sind, die in den Schemata ihrer Prämissen und Konklusionen jeweils durch Begriffsvariablen vertreten werden, ist für ihre Gültigkeit ganz unerheblich. Ausschlaggebend ist für diese allein die *logische Form* der Syllogismen. Diese wird jeweils wiedergegeben durch eine bestimmte Anordnung syllogistischer Satzschemata.

Daß ein Syllogismus allein *aufgrund seiner logischen Form* Gültigkeit besitzt, ist gleichbedeutend damit, daß diese Gültigkeit einsichtig gemacht werden kann dadurch, daß man die Bedeutung der nicht-variablen Aus-

[29] Weiter unten werde ich auf den Umstand zu sprechen kommen, daß syllogistische Satzschemata unter bestimmten Umständen wahrheitsfunktionale Satzschemata nach sich ziehen, ohne selbst wahrheitsfunktional zu sein. Man kann daher aus *Figur 1* nicht nur syllogistische, sondern auch wahrheitsfunktionale Satzschemata herauslesen.

drücke erklärt, die in den syllogistischen Schemata der Sätze auftreten, aus denen er besteht. Freilich werden geeignete Definitionen benötigt, mit denen die Bedeutung dieser Ausdrücke erklärt wird, um die Gültigkeit von Regeln einsichtig zu machen, denen syllogistische Schlüsse entsprechen.

Ich möchte hier die Frage, welchen genauen Inhalt diese Definitionen haben sollten, vorerst auf sich beruhen lassen. Denn weder habe ich bisher eine Übersicht darüber geschaffen, welche syllogistischen Satzschemata es gibt, noch besteht Klarheit über die systematische Relevanz, die diese Schemata für die Theorie des deduktiven Schließens haben. Es mag daher vorläufig genügen festzuhalten, daß die gesuchten Definitionen die Aufgabe haben, die Bedeutung explizit zu machen, die mit den Ausdrücken syllogistischer Satzschemata verknüpft ist, insofern diese zur Darstellung von Begriffshierarchien geeignet sind.

§ 2. *Auf der Suche nach einer Universalsprache der deduktiven Logik*

Man kann die Aufgabe der Syllogistik darin sehen, daß sie aufgrund von Definitionen die Gültigkeit von Regeln einsichtig zu machen hat, nach denen Sätze, die mit syllogistischen Satzschemata konform sind, aus anderen solchen Sätzen folgen. Sofern sie eben diese Aufgabe erfüllt, kann man die Syllogistik als ein *Teilgebiet der deduktiven Logik* ansehen, nämlich als ein Teilgebiet der Theorie des gültigen deduktiven Schließens.

Allerdings kann man auch fragen, ob die Syllogistik ein *irreduzibles, unverzichtbares* Teilgebiet der deduktiven Logik ist.

Die deduktive Logik würde zweifellos ohne Syllogistik auskommen, wenn es möglich wäre, alle syllogistischen Regeln des deduktiven Schließens auf nicht-syllogistische Regeln des deduktiven Schließens zurückzuführen. Unter *nicht-syllogistischen Regeln* des deduktiven Schließens wären dann Formen deduktiver Schlüsse zu verstehen, die nicht darstellbar sind durch Anordnungen syllogistischer Satzschemata, oder – soweit sie doch durch solche Anordnungen darstellbar sind – deren Gültigkeit nicht oder nicht allein auf der Bedeutung der Ausdrücke beruht, die in syllogistischen Satzschemata vorkommen.

Um die Frage entscheiden zu können, ob syllogistische auf nicht-syllogistische Regeln des deduktiven Schließens zurückgeführt werden können, müssen wir feststellen, inwieweit es möglich ist, die Sprache syllogistischer Satzschemata in eine Sprache zu übersetzen, die fähig ist, sowohl syllogistische als auch nicht-syllogistische Schlußformen darzustellen.

Wenn es möglich sein sollte, alle syllogistischen Regeln auf nicht-syllogistische Regeln zurückzuführen, dann dürfte es auch möglich sein, ein Gebiet der deduktiven Logik, das die Syllogistik mit umfaßt und daher größer ist als sie, in einer einheitlichen formalen Sprache zu behandeln. Diese Sprache wäre als Universalsprache der deduktiven Logik zu betrachten, wenn das Gebiet, das in ihr behandelt werden kann, die ganze deduktive Logik umfassen würde.

In den folgenden Abschnitten beabsichtige ich, einschlägige Übersetzungsmöglichkeiten zu erproben.

Ich werde dieser Erprobung ein Kriterium zugrundelegen, durch das sich die Sprache der Syllogistik von nicht-syllogistischen Formalsprachen unterscheidet. Dieses Kriterium besteht darin, daß die einzigen *Objektvariablen*, die die syllogistische Sprache benötigt, Begriffsvariablen sind, so daß alle übrigen Ausdrücke, die in ihr vorkommen, ausschließlich zu dem Zweck gebraucht werden, Beziehungen darzustellen, die zwischen Begriffen gerade insofern bestehen, als sie an einer hierarchischen Ordnung teilhaben, die dem Diagramm in *Figur 1* entspricht. Was die Begriffsvariablen (›α‹, ›β‹, usw.) betrifft, so sind sie als Stellvertreter oder Platzhalter für beliebige *Nomina apellativa* oder für Nominalphrasen beliebiger Komplexität anzusehen, vor denen ein bestimmter oder unbestimmter Artikel stehen kann. Diese Ausdrücke nenne ich *Begriffsausdrücke* oder – falls sie (wie z. B. ›Pferd‹) nicht aus mehreren Wörtern zusammengesetzt sind – *Begriffswörter*. Ein Begriffsausdruck, sofern er durch eine syllogistische Begriffsvariable vertreten wird, heiße *Terminus*.[30] Ein Begriff ist demnach anzusehen als *dasjenige, wofür ein Terminus steht*. Was Begriffe sonst noch sind, braucht für die Zwecke der Syllogistik nicht näher erklärt zu werden. Aus ihnen besteht in syllogistischer Sicht der *begriffliche Inhalt* oder das *logische Material* eines Urteils. Was alle übrigen zur Sprache der Syllogistik gehörigen und in syllogistischen Satzschemata vorkommenden Ausdrücke betrifft, so machen sie das *logische Vokabular* dieser Sprache aus. Vom Standpunkt der Syllogistik aus hängt von diesem Vokabular die *logi-*

[30] „Terminus" ist wörtliche Übersetzung der von Aristoteles gebrauchten Metapher „ὅρος". John Stuart Mill hat in seinem Werk *A System of Logic, ratiocinative and inductive*, I, London, 1843, chap. 1, § 3, Begriffsausdrücke als 'generelle' Namen bezeichnet, um sie von Eigennamen und Kennzeichnungen, den sogenannten 'singulären' oder 'individuellen' Namen, zu unterscheiden. Mill folgend bezeichnen moderne Logiker syllogistische Termini manchmal als *generelle Termini*, um sie von *singulären Termini* zu unterscheiden. Siehe Willard V. O. Quine, *Methods of Logic*, revised edition, New York: Holt, Rinehart & Winston, 1959, § 12, S. 64. Die Gründe, aus denen ich diesem Brauch nicht folge, werden aus dem Folgenden deutlich werden; siehe insbesondere unten die §§ 33 – 35.